

角接触球轴承生热预测方法与灵敏度分析

冯吉路¹, 赵 坚¹, 孙志礼², 汪文津¹, 武金良¹
(1. 天津城建大学 控制与机械工程学院, 天津 300384;
2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘 要: 通过拉丁超立方实验设计法获取角接触球轴承 NSK-7015C 的结构参数样本数据,采用 Newton-Raphson 法求解轴承变形几何协调方程、滚动体平衡方程和内圈平衡方程所构成的非线性方程组。应用 Kriging 和 Monte Carlo 相结合的方法(AK-MCS)构建样本数据与轴承生热的函数关系,在此基础之上使用全局灵敏度计算方法计算轴承结构参数对轴承生热的影响。研究结果表明:在相同轴承结构参数下,采用 AK-MCS 法预测的轴承生热与轴承拟静力学分析模型求得的结果差值均小于 0.003 W,说明 AK-MCS 算法的预测结果具有较高的准确性;轴承生热对轴承滚动体直径变化反应最灵敏,轴承内、外圈沟道直径影响次之,轴承内、外圈沟道曲率半径影响最小,该研究能够为轴承结构参数的设计优化和加工精度的选择提供理论依据。

关 键 词: 角接触球轴承; 结构参数; 生热; 灵敏度; AK-MCS 法

中图分类号: V233.4⁺53 **文献标志码:** A

Prediction method and sensitivity analysis of the heat generation for an angular contact ball bearing

FENG Jilu¹, ZHAO Jian¹, SUN Zhili², WANG Wenjin¹, WU Jinliang¹
(1. School of Control and Mechanical Engineering,
Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China;
2. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Latin hypercube experimental design method was used to produce the sample data of structure parameters for the angular contact ball bearing NSK-7015C. The Newton-Raphson method was proposed for solving nonlinear equations composed of the equation of kinematic constraints, the ball equilibrium equations and the balance equations of the inner ring of the bearing. Then, the sample points corresponding the heat generation of the bearings were obtained. A combination method (active learning and Kriging-based Monte-Carlo simulation, AK-MCS) of the Kriging model and Monte Carlo was adopted to establish a function between sample points and the heat generation of the bearing. On this basis, a global sensitivity computational method was used to calculate the influence of structure parameters of the bearing on its heat generation. The results show that the differences between the prediction results of the heat generation for the bearing using AK-MCS method and the quasi-static analysis model of the bearing under the same structure parameters of the bearing are

收稿日期:2018-09-06

基金项目:国家自然科学基金(11802200);天津市自然科学基金重点项目(16JCZDJC38600);天津市教委科研计划项目(2018KJ173)

作者简介:冯吉路(1988—),男,讲师,博士,主要从事轴承性能优化方面研究。

引用格式:冯吉路,赵坚,孙志礼,等.角接触球轴承生热预测方法与灵敏度分析[J].航空动力学报,2019,34(5):1137-1144. FENG Jilu, ZHAO Jian, SUN Zhili, et al. Prediction method and sensitivity analysis of the heat generation for an angular contact ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(5): 1137-1144.

less than 0.003 W. This illustrates that the prediction results of the AK-MCS algorithm are highly accurate. The heat generation of the bearing is the most sensitive to the change of ball diameter, then the inner- and outer-ring raceway diameter take the second place, and the curvature radius of inner- and outer-ring raceway groove are the least. This research may bring forward the theoretical basis for the design optimization of structure parameters and selecting the machining accuracy of the bearing.

Key words: angular contact ball bearing; structure parameters; heat generation; sensitivity; active learning and Kriging-based Monte-Carlo simulation (AK-MCS) method

角接触球轴承能够同时承受轴向和径向载荷,且具有摩擦损耗低、寿命长等优点,从而被广泛应用于航空发动机、汽车、数控机床之中。然而,角接触球轴承运行过程中产生的热量过多时,会使轴承润滑剂黏度下降,温度异常升高引起轴承材料回火软化,从而导致轴承过早疲劳失效^[1-2]。因此,深入研究角接触球轴承生热影响机制对提高以其作为支撑部件的整机性能具有重要意义。

近年来,科研人员主要利用实验法^[3-4]、有限元方法^[5]、热阻网络法^[6-7]、轴承拟静力学分析法^[8-12]对轴承摩擦的生热、传热影响机制进行了大量的研究。其中,有限元法准确性取决于热边界条件和网格类型;热阻网络法在轴承转速较高时,会出现较大的计算误差^[13]。虽然通过拟静力学分析法求解轴承生热计算精度较高,但在研究相关因素对轴承生热影响时需要逐点计算,存在计算效率低的问题。特别是在研究轴承结构参数对轴承生热影响时,现有研究并没有考虑参数之间的耦合作用对生热结果产生的影响,通过单一因素变化分析的结果无法定量的对比参数影响大小,且单因素变化分析结果并不具有统计学意义。当轴承结构的设计参数给定时,轴承的结构参数主要取决于加工制造环节,轴承各零部件在加工后其尺寸应该服从正态分布。因此,在分析轴承结构参数对其生热影响时,应采用统计学方法进行分析。

鉴于上述问题,将轴承拟静力学分析模型与拉丁超立抽样法、AK-MCS 法相结合,构造基于少量样本点的高精度响应面函数;在此基础上应用提出的全局灵敏度方法,分析轴承结构参数变化对轴承生热的影响,该研究为理解轴承结构参数对其生热的影响提供了理论基础。

1 轴承拟静力学分析模型和生热计算

假设固定轴承外圈沟道曲率中心不动,轴承

内圈沟道曲率中心在外载荷作用下可以相对移动。建立联合载荷作用下轴承的坐标系,如图 1 所示,其中第 j 个滚动体方位角为 φ_j ,其表达式

$$\varphi_j = 2\pi(j - 1)/Z \tag{1}$$

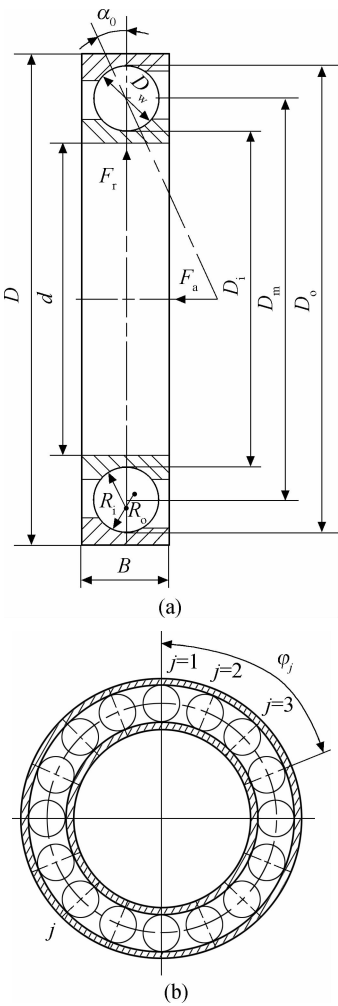


图 1 角接触球轴承的结构尺寸和滚动体的方位角
Fig. 1 Geometry of an angular contact ball bearing and angular position of the ball

1.1 建立变形几何协调方程

由图 2 所示的几何关系可知,在载荷作用下

$$\frac{D_w}{D_\infty} \left[5 \times 10^{-8} f_0 (\nu_0 n)^{2/3} D_m^3 + \frac{1}{2} f_1 \left(\frac{F_{si}}{C_s} \right)^{1/3} F_{\beta i} D_m \right]$$

$$M_{oj} = \frac{1}{Z} \cdot$$

$$\frac{D_w}{D_{oi}} \left[5 \times 10^{-8} f_0 (\nu_0 n)^{2/3} D_m^3 + \frac{1}{2} f_1 \left(\frac{F_{so}}{C_s} \right)^{1/3} F_{\beta o} D_m \right] \tag{14}$$

式中 D_{oi} 、 D_{oo} 分别为轴承内、外圈沟道与滚动体接触点的直径。 ν_0 为工作温度下润滑剂的运动黏度； f_0 为由轴承类型和润滑方式决定的经验常数。 D_m 为轴承节径； F_{β} 为轴承摩擦力矩的计算载荷； f_1 为由轴承类型和载荷决定的系数。

轴承内、外圈沟道与滚动体之间摩擦生热等于接触区摩擦力矩与转速的乘积，因此轴承内、外沟道总生热分别为

$$H_i = \sum_{j=1}^z \omega \cdot M_{ij} + \sum_{j=1}^z \omega_{sij} \cdot M_{sij} \tag{15}$$

$$H_o = \sum_{j=1}^z \omega \cdot M_{oj} + \sum_{j=1}^z \omega_{soj} \cdot M_{soj}$$
$$\omega = \omega_m \cdot \frac{D_m}{D_w} \tag{16}$$

式中 ω_{sij} 、 ω_{soj} 分别为第 j 个滚动体与内、外圈沟道的自旋角速度。

2 Kriging 模型与学习停止条件

2.1 Kriging 模型

Kriging 模型^[17] 是一种半参数化的插值模型，它的功能就是可以通过某一未知点周围的信息去模拟这一未知点的响应等信息。一般情况下，Kriging 模型由两部分组成：回归部分和随机部分，其表达式为

$$g(\mathbf{x}) = F(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}) \tag{17}$$

式中 $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}$ 为回归模型， $\boldsymbol{\beta}$ 为回归系数， $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 为随机变量 $\mathbf{x}$ 的多项式函数，它的作用是提供模拟的全局近似，可以为 0 阶、1 阶或是 2 阶多项式，一般可以将其设为常数。

$z(\mathbf{x})$ 为随机分布的误差，它的作用是提供模拟的局部偏差的近似，其服从正态分布 $N(0, \sigma_z^2)$ ， $z(\mathbf{x})$ 的协方差表示为

$$\text{cov}[z(x_i), z(x_j)] = \sigma_z^2 \mathbf{R}(\theta, x_i, x_j) \tag{18}$$

式中 $\mathbf{R}(\theta, x_i, x_j)$ 是样本点中带有参数 θ 的任意两点 x_i 和 x_j 的相关函数，模型的准确性取决于随机过程 $z(x)$ ，相关函数 $\mathbf{R}$ 取高斯形式为

$$\mathbf{R}(\theta, x_i, x_j) = \exp \left[- \sum_{k=1}^n \theta_k |x_i^k - x_j^k|^2 \right] \tag{19}$$

式中 n 为样本点设计变量的个数， x_i^k 与 x_j^k 分别为观测样本点 x_i 与 x_j 的第 k 个分量。 θ_k 是未知参数，可以通过相关函数的极大似然估计确定，即

$$\max_{\theta_k > 0} \left[- \frac{m}{2} \ln(\sigma_z^2) - \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{R}|) \right],$$
$$k = 1, 2, \dots, n \tag{20}$$

已经 m 个观测样本点的随机变量，观测样本集 $\mathbf{S} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ，其响应值用向量形式表达为

$$\mathbf{Y} = [g(x_1), g(x_2), \dots, g(x_m)]^T \tag{21}$$

$\boldsymbol{\beta}$ 和 σ_z^2 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \tag{22}$$

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{m} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^T \hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{23}$$

式中 m 是向量维数。

由 Kriging 模型可得到待测点 $\mathbf{x}$ 的预测响应值为

$$\mu_g(\mathbf{x}) = \hat{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{24}$$

Kriging 方差为

$$\hat{\sigma}_g^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}_z^2 [1 - \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^T(\mathbf{x}) (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{u}(\mathbf{x})] \tag{25}$$

其中 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{f}$ 。

2.2 学习函数与停止准则

为使 Kriging 模型不断优化，实现自动查找和增加最合适的训练样本，定义学习函数 $U(\mathbf{x})$ 为

$$U(\mathbf{x}) = \frac{|\hat{g}(\mathbf{x})|}{\hat{\sigma}_g(\mathbf{x})} \tag{26}$$

式中 $\hat{g}(\mathbf{x})$ 与 $\hat{\sigma}_g(\mathbf{x})$ 为 Kriging 预测值与标准。

一般而言，可以选择 $U(\mathbf{x})$ 取值最小的样本点作为最合适的训练样本点。为满足进一步分析的需求，还需要定义停止学习的条件。本文给出了相应的停止学习准则

$$\min_{\mathbf{x} \in A} [U(\mathbf{x})] \geq 2 \tag{27}$$

式中 A 为将要分类的样本集。通过建立学习函数和相应的学习停止准则，可以保证在不断更新后的 Kriging 模型具有更好的精度。

3 轴承生热灵敏度计算方法及程序

3.1 全局灵敏度计算方法

由 m 个输入参数 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 组成的系统，其输出变量可表示为 $f(x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbf{R}^m$ 。当第 i 个变量增加或减小一个固定值 Δ 时，则输出变量为 $f(x_1, \dots, x_i + \Delta, x_{i+1}, \dots, x_m)$ 。可

以用灵敏度 S_{x_i} 表示输入参数 x_i 变化对输出变量 f 的影响,其表达式

$$S_{x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + \Delta, x_{i+1}, \dots, x_m) - f(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\Delta} \tag{28}$$

由式(28)可知,通过该方式得到的输入参数对输出变量的灵敏度为局部灵敏度。为了进行全局灵敏度分析,需要采用 Monte Carlo 法对使用 Kriging 模型构建的响应函数进行随机抽样。为了明确参数变化的统计学意义,用输入参数 x_i 变化引起输出变化的均值 $f_{\mu_{x_i}}$ 来表示第 i 个输入参数对输出影响的大小(全局灵敏度),均值越大影响越大。用标准差 $f_{\sigma_{x_i}}$ 表明输入变量 x_i 与其他参数交互作用大小^[18],标准差越大该参数与其他参数的交互作用越强, $f_{\mu_{x_i}}$ 和 $f_{\sigma_{x_i}}$ 的表达式分别为

$$f_{\mu_{x_i}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_{\Delta \mu_{x_i}}(x_{1j}, \dots, \bar{x}_{ij}, \dots, x_{mj}) - f(x_{1j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mj}) = \frac{1}{N} S_{x_{ij}} \tag{29}$$

$$f_{\sigma_{x_i}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (S_{x_{ij}} - \mu_{x_i})^2 / N} \tag{30}$$

式中 x_{ij} 和 $\bar{x}_{ij}$ 分别为原始随机抽样样本点数据和增加或减少第 i 个随机变量的均值抽样得到样本点数据。

为了求解轴承结构参数对轴承生热的灵敏度 $H_{\mu_{x_i}}$ 和标准差 $H_{\sigma_{x_i}}$,定义输入变量 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 分别为轴承内、外圈沟道曲率半径、轴承内、外圈沟道直径以及轴承滚动体直径。

3.2 轴承生热灵敏度分析流程

根据轴承拟静力学分析模型求解得到对应输入参数的轴承生热,并使用 Kriging 模型构建样本数据与轴承生热之间函数关系式。采用 AK-MCS 主动学习方法进行轴承生热灵敏度计算,其计算流程如图 4 所示。具体计算步骤如下:

步骤 1 采用拉丁超立方抽样法抽得少量的轴承结构参数样本点,输入轴承载荷预紧力、转速等变量。代入式(4)~式(7)和式(10)~式(12)所构成的方程组,当方程组满足迭代收敛条件时,计算轴承生热。一般选取较少的初始训练样本点的数量,并在之后的学习过程中不断地增加最佳候选样本点,不断地优化模型。

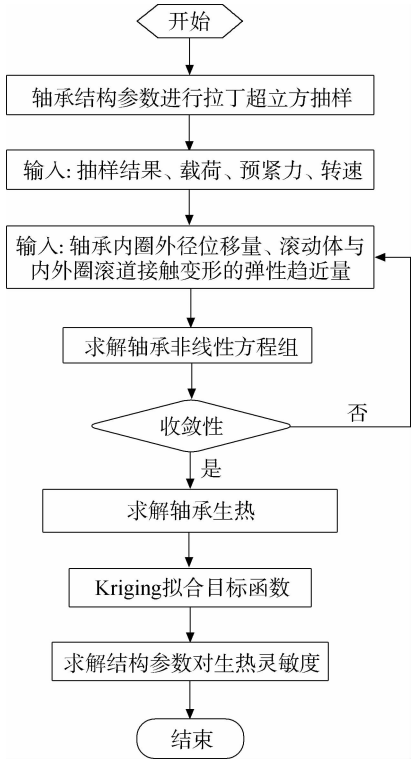


图 4 轴承生热灵敏度计算流程图
Fig. 4 Computation flowchart of the sensitivity of heat generation for bearings

步骤 2 根据 Monte Carlo 方法,在随机变量设计空间中生成的 n 组随机样本,称为候选样本点,这些候选样本点不需计算其实际功能函数响应值,它们会被应用到之后构建 Kriging 模型时利用学习函数自动查找和增加最佳候选样本点的过程当中,只有被选为最佳候选样本点时,才需要计算该最佳候选样本点的实际功能函数响应值。

步骤 3 利用训练样本点和实际功能函数响应值,应用 MATLAB 中的 DACE(design and analysis of computer experiments)工具箱,构建 Kriging 模型,Kriging 模型的回归模型部分选用一次多项式,相关函数采用高斯相关函数。

步骤 4 利用构建的 Kriging 模型,根据候选样本点中所有样本点的预测值和预测方差,计算这些候选样本点的学习函数值,并挑选候选样本点中学习函数值最小的样本点为最佳候选点。

步骤 5 如果最佳候选点的学习函数值满足学习停止条件,则构建 Kriging 模型的主动学习过程结束,否则;将最佳候选点加入到训练样本点中,并计算其实际功能函数响应值,转到步骤 3,构建新的 Kriging 模型。

步骤 6 如果主动学习过程结束,采用当前的训练样本点及其实际功能函数响应值所构建的

Kriging 模型结合 Monte Carlo 随机抽样方法,计算轴承生热灵敏度。

4 结果与分析

应用上述算法,以 GCr15 材料制造的角接触球轴承 NSK-7015C 为例,计算了轴承预紧力为 $F_a=1\,500\text{ N}$,径向力 $F_r=200\text{ N}$, $n=6\,000\text{ r/min}$ 时,轴承结构参数对轴承生热的影响。角接触球轴承原始结构参数和结构设计变量分别如表 1 和表 2 所示,其中轴承结构参数设计变量按照 3σ 原则结合拉丁超立方抽样方法抽取,变量参数范围应为 $(\mu_{xi}-3\sigma,\mu_{xi}+3\sigma)$ 。

表 1 角接触球轴承的原始参数

Table 1 Initial parameters of angular contact ball bearings	
轴承参数	数值
轴承外径 D/mm	115
轴承内径 d/mm	75
中心圆直径 D_m/mm	96.006
球直径 D_w/mm	12.303
内圈沟道半径 R_i/mm	6.345
外圈沟道半径 R_o/mm	6.515
滚动体数目 N	20

表 2 角接触球轴承结构设计变量

Table 2 Structural design variables for angular contact ball bearings			
设计变量	分布类型	均值 μ	标准差 σ
x_1/mm	正态	6.345	0.003
x_2/mm	正态	6.515	0.003
x_3/mm	正态	83.684	0.003
x_4/mm	正态	108.328	0.003
x_5/mm	正态	12.303	0.003

为了验证算法预测结果的有效性,首先采用拉丁超立方抽样方法抽取 15 个初始样本点代入轴承拟静力学模型中求解轴承生热,并构建轴承结构参数与轴承生热的初始 Kriging 模型。其次,利用学习函数不断更新 Kriging 模型,经过 37 次更新,得到了优化后的 Kriging 模型。最后,在轴承结构参数设计范围内,选择 20 个样本数据分别代入构建的 Kriging 模型和轴承拟静力学模型求解轴承生热,其结果如图 5 所示。由图 5 可知,

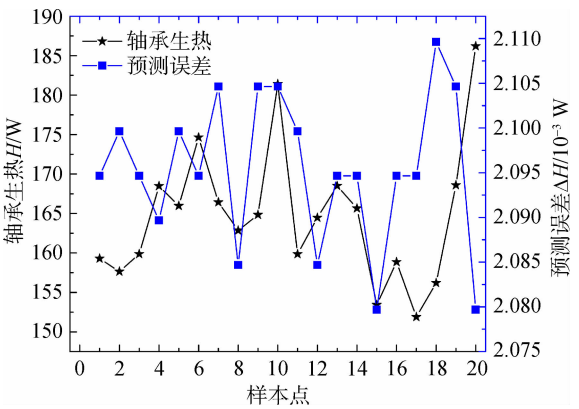


图 5 Kriging 模型预测误差分析

Fig. 5 Prediction error analysis of Kriging model

采用 Kriging 模型计算的轴承生热与轴承拟静力学模型求解结果基本相同,说明了 Kriging 模型具有较高的精度,能够用于文中给定初始条件的变轴承结构参数的轴承生热计算。

由于采用单一变量法分析轴承结构参数对其生热的影响,并没有考虑参数之间耦合作用对结果的影响。因此,提出利用构建的 Kriging 模型和全局灵敏度分析方法结合,从全局角度衡量各个参数在取值范围内对轴承生热灵敏度的影响。由图 6(a)可知,轴承滚动体对轴承生热的影响最大,内、外圈沟道直径的影响次之,内、外圈沟道曲率半径影响最小;轴承生热会随轴承外圈沟道曲率半径、内圈沟道直径以及滚动体直径的增加而增大,随轴承内圈沟道曲率半径和外圈沟道直径的增加而减小。因此,当以最小轴承生热为设计目标时,应在适当增加轴承内圈沟道曲率半径和外圈沟道直径;考虑到轴承内外圈沟道曲率半径有固定系列数,而轴承加工制造过程中必然给出合适的公差带,在选择公差带范围时,其基本偏差应大于零;同样轴承滚动体直径也固定系列数,其离散性也取决于加工制造过程,轴承滚动体基本偏差应小于零。由图 6(b)可知,轴承滚动体直径变化导致轴承生热标准差变化最大,说明轴承滚动体直径与其他结构参数的耦合作用最强。同样,轴承内圈沟道曲率半径与其他参数的耦合作用次之,内、外圈沟道直径和轴承外圈沟道曲率半径与其他结构也具有较强的耦合作用,其相互作用也会对轴承生热产生影响。综上可知,结构参数之间的相互作用对轴承生热的影响较大,并且轴承生热与轴承结构参数之间具有明显的非线性关系。

由上述分析结果可知,轴承滚动体直径、轴承内、外圈沟道直径对轴承生热影响较大。为了进

一步验证分析结果的正确性,根据 Kriging 模型构建了轴承生热随滚动体和内、外圈沟道直径的变化规律图,如图 7 和图 8 所示。由图 7 和图 8 分析可知,轴承生热随外圈沟道直径的增加而减

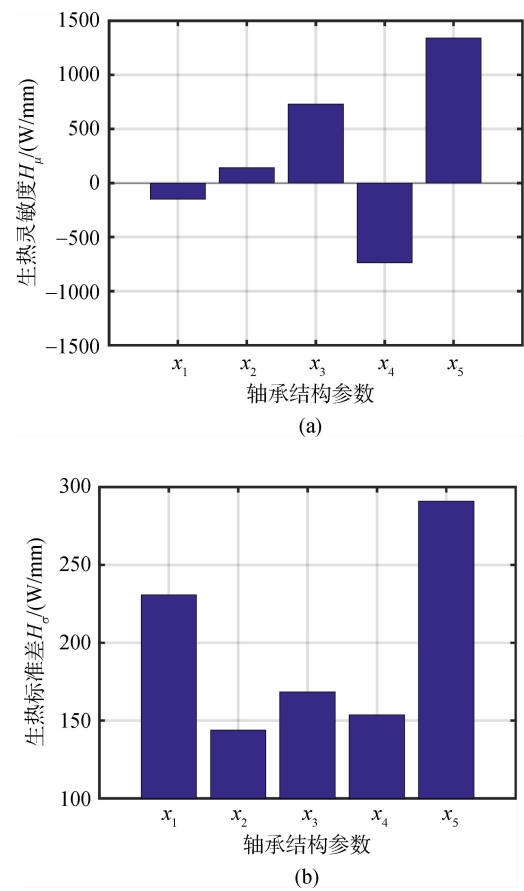


图 6 轴承结构参数对轴承生热的影响
Fig. 6 Effect of structure parameters of the bearing on its heat generation

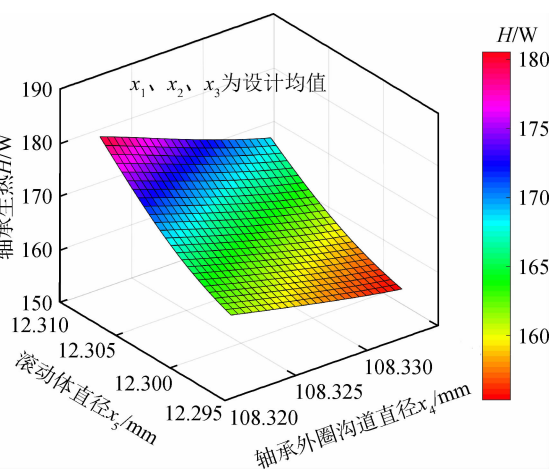


图 7 轴承生热随滚动体和外圈沟道直径的变化
Fig. 7 Variation of the heat generation of the bearing with the ball and outer ring groove diameter

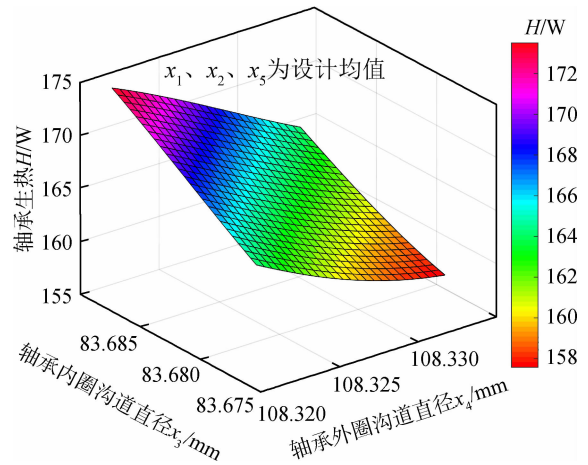


图 8 轴承生热随内、外圈沟道直径的变化
Fig. 8 Variation of the heat generation of the bearing with the inner- and outer ring groove diameter

小,随轴承滚动体和内圈沟道直径的增加而增大,并且从曲面图的数值变化规律明显可以看出,轴承生热与内、外圈沟道直径以及轴承滚动体直径之间明显呈现非线性关系,这进一步验证了全局灵敏度分析结果的正确性。

5 结 论

1) AK-MCS 法预测轴承生热与直接采用轴承拟静力学方法求得结果几乎相同,说明 AK-MCS 法能够通过少量样本数据获得具有较高精度的轴承生热预测模型。

2) 轴承结构参数之间的相互作用对轴承生热的影响较大,并且轴承结构参数与轴承生热之间存在着明显的非线性关系。

3) 在加工制造轴承时,轴承内圈沟道直径和滚动体的基本偏差小于零且轴承外圈沟道直径基本偏差大于零有利于减小轴承生热。

4) 通过轴承生热全局灵敏度分析,能够有效获得轴承结构参数对轴承生热的影响大小,为轴承结构参数的设计优化和加工精度的选择提供理论依据。

参考文献:

[1] 陈观慈,王黎钦,古乐,等. 高速球轴承的生热分析[J]. 航空动力学报,2007,22(1):163-168.
CHEN Guanci, WANG Liqin, GU Le, et al. Heat analysis of the high speed ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(1): 163-168. (in Chinese)

[2] 冯吉路,孙志礼,李皓川,等. 基于 Kriging 模型的轴承结构参数优化设计方法[J]. 航空动力学报,2017,32(3):723-729.

FENG Jilu, SUN Zhili, LI Haochuan, et al. Optimization design method of bearing structure parameters based on Kriging model[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32 (3): 723-729. (in Chinese)

[3] 胡小秋,陈维福.角接触球轴承热特性分析及试验[J].西安交通大学学报,2015,49(2):106-110.

HU Xiaoqiu, CHEN Weifu. Thermal characteristics analysis and experiment for angular contact ball bearing[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49 (2): 106-110. (in Chinese)

[4] YANG Z, YU T, ZHANG Y, et al. Influence of cage clearance on the heating characteristics of high-speed ball bearings[J]. Tribology International, 2017, 105(1): 125-134.

[5] YAN K, WANG N, ZHAI Q, et al. Theoretical and experimental investigation on the thermal characteristics of double-row tapered roller bearings of high speed locomotive[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015, 84: 1119-1130.

[6] TAKABI J, KHONSARI M M. Experimental testing and thermal analysis of ball bearings[J]. Tribology International, 2013, 60(7): 93-103.

[7] ZAHEDI A, MOVAHHEDY M R. Thermo-mechanical modeling of high speed spindles[J]. Scientia Iranica, 2012, 19(2): 282-293.

[8] POULY F, CHANGENET C, VILLE F, et al. Power loss predictions in high-speed rolling element bearings using thermal networks[J]. Tribology Transactions, 2010, 53 (6): 957-967.

[9] KIM K, LEE D, LEE S, et al. A numerical approach to determine the frictional torque and temperature of an angular contact ball bearing in a spindle system[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2015, 16(1): 135-142.

[10] LIU T, GAO W, ZHANG D, et al. Analytical modeling for thermal errors of motorized spindle unit[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2017, 112: 53-70.

[11] NGO T, THAN V, WANG C, et al. Analyzing characteristics of high-speed spindle bearing under constant preload[J]. Journal of Engineering Tribology, 2017, 232(5): 568-581.

[12] JIN C, WU B, HU Y. Heat generation modeling of ball bearing based on internal load distribution[J]. Tribology International, 2012, 45(1): 8-15.

[13] 王黎钦,陈观慈,古乐,等.高速圆柱滚子轴承工作温度研究[J].航空动力学报,2008,23(1):179-183.

WANG Liqin, CHEN Guanci, GU Le, et al. Study on operating temperature of high-speed cylindrical roller bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23 (1): 179-183. (in Chinese)

[14] JIANG S, ZHENG S. A modeling approach for analysis and improvement of spindle-drawbar-bearing assembly dynamics[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010, 50(1): 131-142.

[15] ZHANG J, FANG B, HONG J, et al. Effect of preload on ball-raceway contact state and fatigue life of angular contact ball bearing[J]. Tribology International, 2017, 114: 365-372.

[16] PALMGREN A. Ball and roller bearing engineering[M]. Burband: Philadelphia, 1959.

[17] JILU F, ZHILI S, HONGZHE S. Optimization of structure parameters for angular contact ball bearings based on Kriging model and particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 231 (23): 4298-4308.

[18] 孙艳伟,把多铎,王文川,等. SWMM 模型径流参数全局灵敏度分析[J].农业机械学报,2012,43(7):42-49.

SUN Yanwei, BA Duoduo, WANG Wenchuan, et al. Global sensitivity analysis of run off parameters of SWMM model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(7): 42-49. (in Chinese)

(编辑:李岩梅)